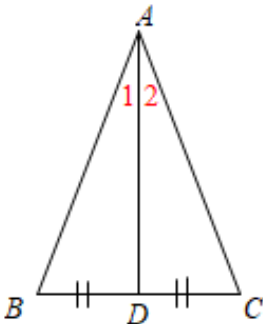


第1讲等腰三角形进阶

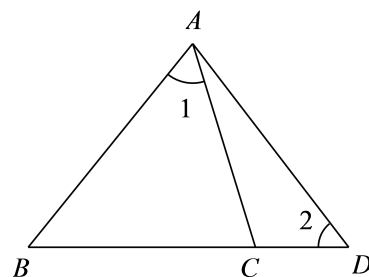
一、等腰三角形的性质与判定

	性质	等腰三角形的两个底角相等 (简写成“ <u> </u> ”)	等腰三角形的顶角平分线、底边上的中线、底边上的高相互重合 (简写成“ <u> </u> ”)
	判定	利用定义来判定：有两条边相等的三角形叫做等腰三角形。	如果一个三角形有两个角相等，那么这两个角所对的边也相等 (简称“ <u> </u> ”)

 举个栗子

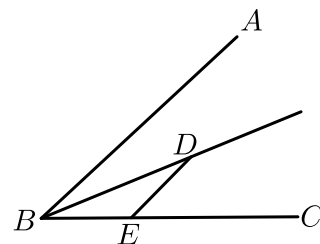
 栗子1

1. 如图，已知 $AB = AD = BC$ ，那么 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 之间的关系是（ ）。



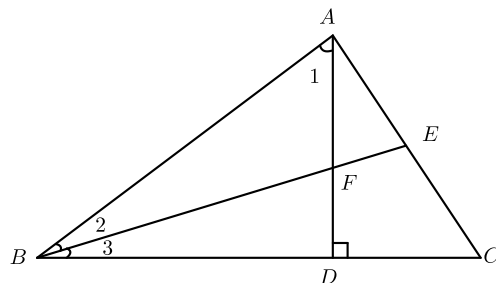
- A. $\angle 1 = 2\angle 2$ B. $2\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ C. $\angle 1 + 3\angle 2 = 180^\circ$ D. $3\angle 1 - 2\angle 2 = 180^\circ$

2. 如图， $\angle ABC = 50^\circ$ ， BD 平分 $\angle ABC$ ，过 D 作 $DE \parallel AB$ 交 BC 于点 E ，若点 F 在 AB 上，且满足 $DF = DE$ ，则 $\angle DFB$ 的度数为 _____。



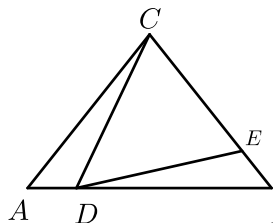
栗子2

3. 如图所示，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AD \perp BC$ 于点 D ， BE 平分 $\angle ABC$ ，交 AD 于点 F ，交 AC 于点 E 。求证： $\triangle AEF$ 是等腰三角形。

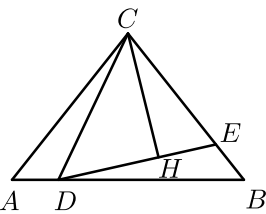


独步天下1

4. 如图，在等腰三角形 $\triangle ABC$ 中， $AC = BC$ ， D 、 E 分别为 AB 、 BC 上一点， $\angle CDE = \angle A$ 。



图①

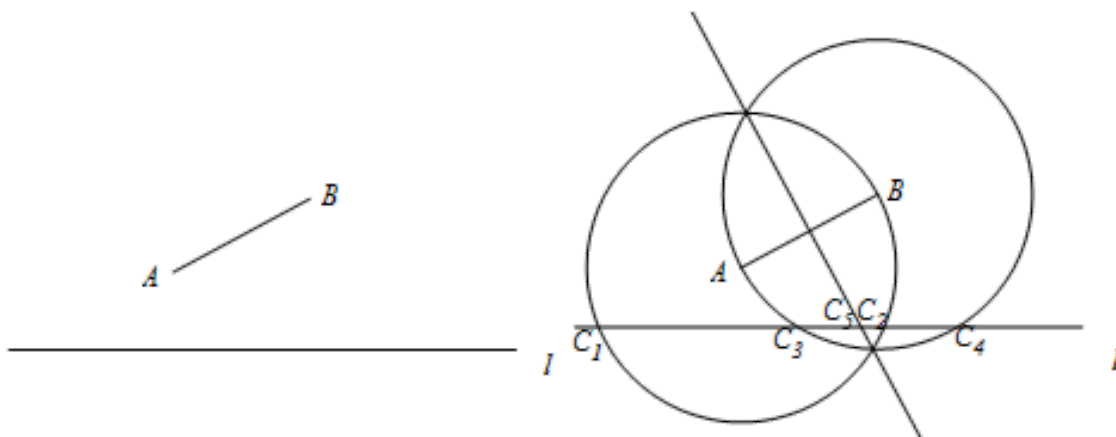


图②

- (1) 如图①，若 $BC = BD$ ，求证： $CD = DE$ 。
- (2) 如图②，过点 C 作 $CH \perp DE$ ，垂足为 H ，若 $CD = BD$ ， $EH = 1$ ，求 $DE - BE$ 的值。

二、等腰三角形存在性

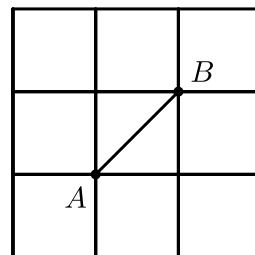
如图所示，在直线 l 上找一点 C ，使得 $\triangle ABC$ 是等腰三角形．



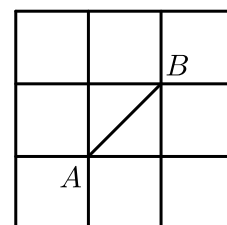
- (1) $AB = AC$ ，以 A 为圆心， AB 为半径画圆，交直线 l 于两点 C_1 、 C_2 ；
- (2) $AB = BC$ ，以 B 为圆心， AB 为半径画圆，交直线 l 于两点 C_3 、 C_4 ；
- (3) $AC = BC$ ，作 AB 的中垂线交直线 l 于 C_5 ．

栗子3

5. 如图所示的正方形网格中，网格线的交点称为格点．已知 A 、 B 是两格点，如果 C 也是图中的格点，且使得 $\triangle ABC$ 为等腰三角形，则点 C 的个数是（ ）．

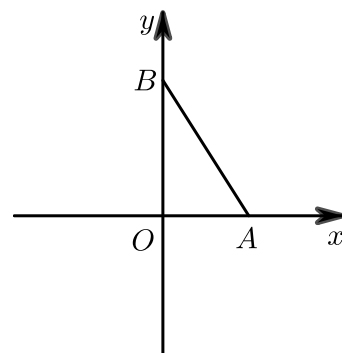


- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9
6. 如图，正方形网格中的每个小正方形边长都是1，已知 A 、 B 是两格点，若 $\triangle ABC$ 为等腰三角形，且 $S_{\triangle ABC} = 1.5$ ，则满足条件的格点 C 有（ ）．



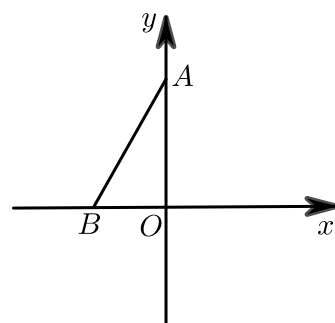
- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

7. 如图，点 A 、 B 分别在两条坐标轴上，且 $OB = 2AO$ ，在坐标轴上取一点 P ，使得 $\triangle PAB$ 为等腰三角形，则符合条件的点 P 共有（ ）。



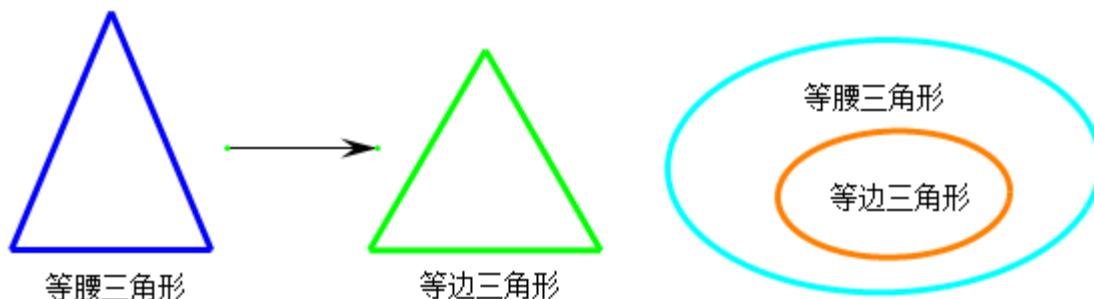
- A. 5个 B. 6个 C. 7个 D. 8个

8. 如图，在平面直角坐标系中，点 A 、 B 分别在 y 轴和 x 轴上， $\angle ABO = 60^\circ$ ，在坐标轴上找一点 P ，使得 $\triangle PAB$ 是等腰三角形，则符合条件的点 P 共有 _____ 个。



三、等边三角形

1. 等边三角形的概念



定义：三边都相等的三角形叫做等边三角形。

9. 在下列结论中：

- ①有一个外角是 120° 的等腰三角形是等边三角形；
- ②有两个外角相等的等腰三角形是等边三角形；
- ③有一边上的高也是这边上的中线的等腰三角形是等边三角形；
- ④有一个角是 60° ，且是轴对称的三角形是等边三角形。

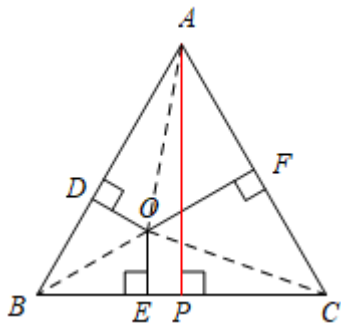
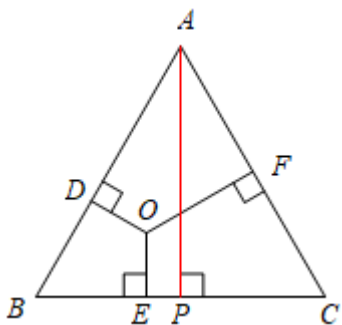
其中正确的个数是（ ）。

- A. 4个 B. 3个 C. 2个 D. 1个

2. 等边三角形的性质

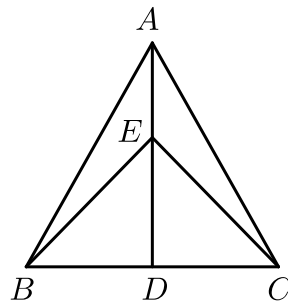
性质1	等边三角形的_____都相等
性质2	等边三角形的_____都相等，并且每一个角都等于_____
性质3	等边三角形每条边上的____、____、所对角的_____互相重合（__组“三线合一”）

等边三角形内任意一点到三边距离和是一个定值，等于一边上的高

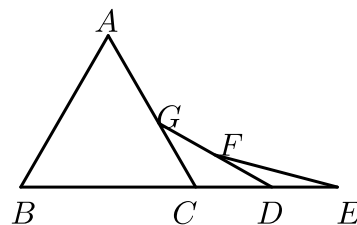


10. 如图，在等边三角形 ABC 中， $AD \perp BC$ ，垂足为 D ，点 E 在线段 AD 上， $\angle EBC = 45^\circ$ ，则 $\angle ACE$ 等于（ ）。

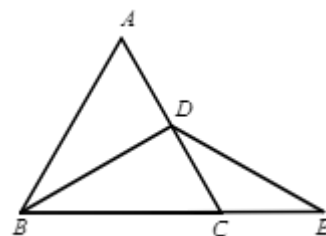
- A. 15° B. 30° C. 45° D. 60°



11. 如图，已知 $\triangle ABC$ 是等边三角形，点 B 、 C 、 D 、 E 在同一直线上，且 $CG = CD$ ， $DF = DE$ ，则 $\angle E =$ _____ 度。

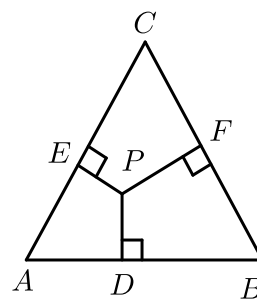


12. 如图，等边 $\triangle ABC$ 的周长是12cm， D 是 AC 边上的中点， E 在 BC 的延长线上，若 $DE = DB$ ，则 CE 的长为 _____。



栗子6

13. 如图，已知等边三角形 ABC 的高为7cm， P 为 $\triangle ABC$ 内一点， $PD \perp AB$ 于点 D ， $PE \perp AC$ 于点 E ， $PF \perp BC$ 于点 F ，则 $PD + PE + PF =$ _____。



14. 如图1, $\triangle ABD$, $\triangle ACE$ 都是等边三角形.

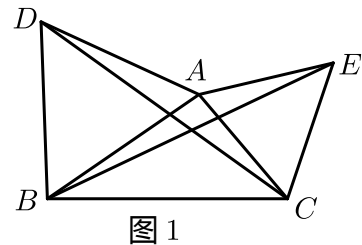


图 1

- (1) 求证: $\triangle ABE \cong \triangle ADC$.
- (2) 若 $\angle ACD = 15^\circ$, 求 $\angle AEB$ 的度数.
- (3) 如图2, 当 $\triangle ABD$ 与 $\triangle ACE$ 的位置发生变化, 使 C 、 E 、 D 三点在一条直线上, 求证:
 $AC \parallel BE$.

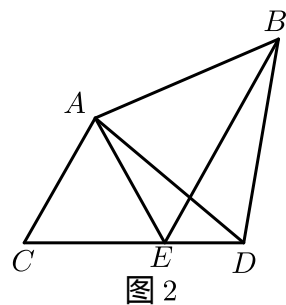
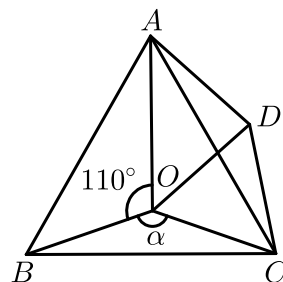


图 2

15. 如图，点 O 是等边 $\triangle ABC$ 内一点， D 是 $\triangle ABC$ 外的一点， $\angle AOB = 110^\circ$ ， $\angle BOC = \alpha$ ， $\triangle BOC \cong \triangle ADC$ ， $\angle OCD = 60^\circ$ ，连接 OD 。

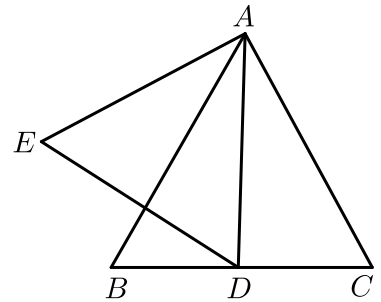


- (1) 求证： $\triangle OCD$ 是等边三角形。
- (2) 当 $\alpha = 150^\circ$ 时，试判断 $\triangle AOD$ 的形状，并说明理由。
- (3) 探究：当 α 为多少度时， $\triangle AOD$ 是等腰三角形。

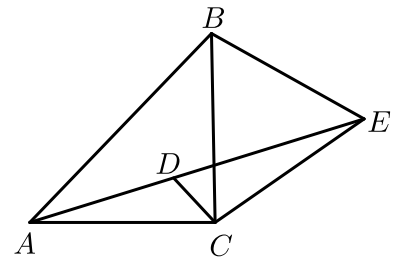
3. 等边三角形的判定

判定1	利用定义来判定：_____的三角形是等边三角形（从边入手）
判定2	_____的三角形是等边三角形（或证明两个角都为___）（从角入手）
判定3	有一个角是___的_____是等边三角形（从边角入手）

16. 如图， $\triangle ABC$ 是等边三角形， AD 是高，并且 AB 恰好是 DE 的垂直平分线，求证： $\triangle ADE$ 是等边三角形．

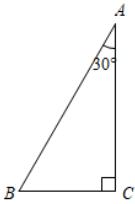


17. 如图，等腰直角 $\triangle ABC$ 中， $CA = CB$ ，点 E 为 $\triangle ABC$ 外一点， $CE = CA$ ，且 CD 平分 $\angle ACB$ 交 AE 于 D ，且 $\angle CDE = 60^\circ$ ．



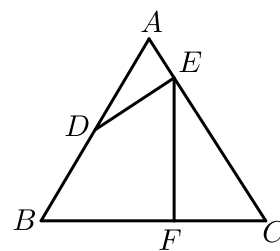
- (1) 求证： $\triangle CBE$ 为等边三角形．
 (2) 若 $AD = 5$ ， $DE = 7$ ，求 CD 的长．

4. 含30°的直角三角形

图形	定理	符号语言
	在直角三角形中，如果一个锐角等于30°，那么它所对的_____等于斜边的_____。	在Rt $\triangle ABC$ 中， $\therefore \angle C = 90^\circ, \angle A = 30^\circ$ $\therefore BC = \frac{1}{2}AB$

栗子8

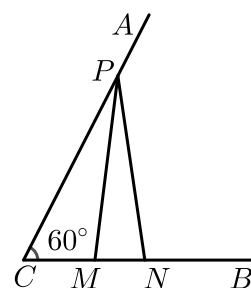
18. 如图，在等边 $\triangle ABC$ 中， D 是 AB 的中点， $DE \perp AC$ 于 E ， $EF \perp BC$ 于 F ，已知 $AB = 8$ ，则 BF 的长为（ ）。



- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

栗子9

19. 如图，已知 $\angle ACB = 60^\circ$ ， $PC = 12$ ，点 M ， N 在边 CB 上， $PM = PN$ 。若 $MN = 3$ ，则 CM 的长为（ ）。



- A. 3 B. 3.5 C. 4 D. 4.5

20. 如图， $\angle AOE = \angle BOE = 15^\circ$ ， $EF \parallel OB$ ， $EC \perp OB$ ，若 $EC = 2$ ，则 $EF =$ _____。

